Lycée Farhat Hached Radès M[me] BEN FREDJ Janvier 2012	Systèmes Linéaires	Classe: 4ème SI_2 NOM :………………… PRENOM :………………………

EXERCICE N° 1 :

Parmi les couples (8,0) , (0,-10,5) , (3,1) , (5,2), lequel est solution du système $\begin{cases}2x+3y=16\\5x-2y=21\end{cases}$

EXERCICE N° 2 :

Résoudre par substitution : **1)** $\begin{cases}x+y=1\\3x-5y=-21\end{cases}$ **2)** $\begin{cases}7x-3y=-48\\x+11y=16\end{cases}$

EXERCICE N° 3 :

Résoudre par combinaison : **1)** $\begin{cases}x+2y=9\\3x-2y=3\end{cases}$ **2)** $\begin{cases}3x-5y=5\\-3x+y=3\end{cases}$

EXERCICE N° 4 :

Résoudre graphiquement : **1)** $\begin{cases}x=y-5\\x+y=13\end{cases}$ **2)** $\begin{cases}2x+y-3=0\\-4x+y+9=0\end{cases}$

EXERCICE N° 5 :

Résoudre les systèmes:

1) $\begin{cases}x+y+z=4\\2x+y+3z=9\\x-y+2z=3\end{cases}$ **2)** $\begin{cases}x+2y-3z=-4\\2x+3y+z=11\\-x-3y+2z=-1\end{cases}$

EXERCICE N° 6 :

1) On considère le système $\begin{cases}x+y+z=a\\2x+y+3z=b\\x-y+2z=c\end{cases}$ où x,y,z,a,b et c sont des nombres réels.

Exprimer les nombres réels x,y et z en fonction de a,b et c

2) On considère la matrice $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&1&3\\1&-1&2\end{pmatrix}$. Montrer que la matrice A est inversible et donner l'expression de A^{-1}

EXERCICE N° 7 :

Parabole passant par trois points.

Soit $f(x)=ax^2+bx+c$ l'équation d'une parabole. Cette parabole passe par A(1;2) , par B (2;-3) et par C(3;-12).

Le but de l'exercice est de trouver l'équation de la parabole.

a) Ecrire un système vérifié par a, b et c.

b) Le résoudre.

EXERCICE N° 8 :

Déterminer l'expression de $f(x)=ax+b+\frac{c}{x}$ pour x réel non nul, sachant que : $f(1)=-2$; $f(2)=1$; $f(-4)=-2$

EXERCICE N° 9 Session principale 2011 :

Trois lycées ont tous acheté des scanners, des ordinateurs et des imprimantes.
Le premier lycée a acheté un scanner, deux ordinateurs et trois imprimantes à 3200 dinars.
Le second lycée a acheté quatre scanners, deux ordinateurs et cinq imprimantes à 4600 dinars.
Le troisième lycée a acheté trois scanners, un ordinateur et trois imprimantes à 2700 dinars.
On désigne par x, y et z les prix d'achat respectifs d'un scanner, d'un ordinateur et d'une imprimante.

1) Montrer que (x, y, z) est solution dans IR^3, d'un système linéaire (S) qu'on établira.
2) On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & -6 & 7 \\ -2 & 5 & -6 \end{pmatrix}$

   a) Montrer que A est inversible et que sa matrice inverse est B.

   b) En déduire le prix d'achat d'un scanner, d'un ordinateur et d'une imprimante.

EXERCICE N° 10 Session principale 2010 :

1) Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \\ 6 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

   a) Calculer le déterminant de A et en déduire que A est inversible.

   b) Calculer la matrice $\frac{1}{6}B.A$ et déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

2) On considère la fonction numérique F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

   où a, b et c sont des constantes réelles.

   On suppose que $F(1) = 0$, $F(-1) = 0$ et $F(2) = 10$.

   a) Montrer que a, b et c, si elles existent, sont solutions du système (S) : $\begin{cases} a + b + c = -1 \\ a - b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 2 \end{cases}$

   b) Donner une écriture matricielle de (S).

   c) En déduire l'expression de F(x) .

EXERCICE N° 11 Session principale 2008 :

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Soient les points $A(0, 0, -2)$; $B(0, 1, 0)$ et $C(1, 1, -1)$.

1) a) Montrer que A, B et C ne sont pas alignés.
   b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $x - 2y + z + 2 = 0$.

2) Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

   a) Calculer le déterminant de M. En déduire que M est inversible.

   b) Montrer que $M^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

3) Soient P et Q les plans d'équations cartésiennes respectives : $y + 2z - 5 = 0$ et $-x + 3y - 2 = 0$.

   a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, le système : $\begin{cases} y + 2z = 5 \\ -x + 3y = 2 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$

   b) En déduire que les plans (ABC) , P et Q sont sécants en un point E dont on donnera les coordonnées.