

EXERCICE N° 1 :

Si m désigne un réel, le barycentre de (A, 3m) et (B, 5m-2) n'existe que si	$m \neq 1$	$m \neq 0$	$m \neq \frac{1}{4}$
Le barycentre de (A, 2) et (B, 3) est le point G tel que	$\vec{AG} = \frac{3}{2} \vec{AB}$	$2\vec{GA} = 3\vec{GB}$	$5\vec{AG} = 3\vec{AB}$
Le barycentre de (B, 1) et (C, -2) est	Le symétrique de C par rapport à B	Le symétrique de B par rapport à C	Sur le segment [BC]
Le barycentre de (A, 0) et (B, 3) est le point	A	B	n'existe pas

Correction:

Si m désigne un réel, le barycentre de (A, 3m) et (B, 5m-2) n'existe que si	$m \neq 1$	$m \neq 0$	$m \neq \frac{1}{4}$
Le barycentre de (A, 2) et (B, 3) est le point G tel que	$\vec{AG} = \frac{3}{2} \vec{AB}$	$2\vec{GA} = 3\vec{GB}$	$5\vec{AG} = 3\vec{AB}$
Le barycentre de (B, 1) et (C, -2) est	Le symétrique de C par rapport à B	Le symétrique de B par rapport à C	Sur le segment [BC]
Le barycentre de (A, 0) et (B, 3) est le point	A	B	n'existe pas

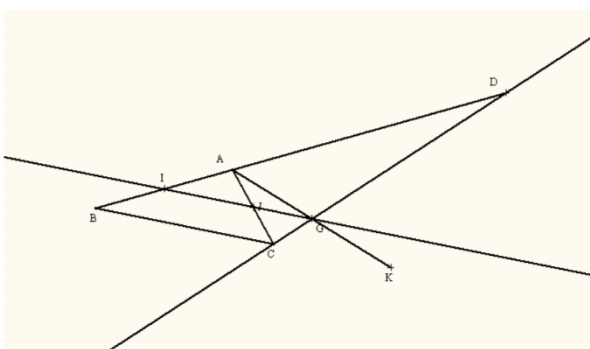
EXERCICE N° 2 :

On donne un triangle ABC.

- Construire le barycentre D des points pondérés (A, 3) et (B, -2).
- Soit G le barycentre des points pondérés (A, 3) ; (B,-2) et (C, 5).
 - Construire le point G.
 - Montrer que $\vec{GD} + 5\vec{GC} = \vec{0}$.
 - En déduire que les points G, D et C sont alignés.
- Soit $I = A * B$ et $J = A * C$.
Montrer que G est le barycentre des points pondérés (I, -2) et (J, 5).
(On remarque que $3\vec{GA} = 5\vec{GA} - 2\vec{GA}$).
- Soit K le barycentre des points pondérés (B, -2) et (C, 5).
 - Montrer que G est le milieu de [AK].
 - En déduire que (AK), (IJ) et (CD) sont concourantes.

Correction:

1. D est le barycentre de (A, 3) et (B, -2) $\Leftrightarrow \vec{AD} = -2\vec{AB}$



2. G est le barycentre de (A, 3) ; (B,-2) et (C, 5).

$$a) \overrightarrow{AG} = -\frac{2}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$$

$$b) \underbrace{3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC}}_{\overrightarrow{GD}} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GD} + 5\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

c) G est le barycentre des points pondérés (D, 1) et (C, 5) \Rightarrow G, D et C sont alignés.

3. $I = A * B$ et $J = A * C$.

NB : I est un barycentre des points A et B affectés des mêmes coefficients, de même pour J, A et C.

$$3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\left(\frac{\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}}{2\overrightarrow{GJ}}\right) - 2\left(\frac{\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}}{2\overrightarrow{GI}}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{GJ} - 2\overrightarrow{GI} = \vec{0}$$

D'où G est le barycentre de (I, -2) et (J, 5).

4. K le barycentre des points pondérés (B, -2) et (C, 5).

$$a) 3\overrightarrow{GA} - \underbrace{2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC}}_{3\overrightarrow{GK}} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GK} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GK} = \vec{0} \Leftrightarrow G \text{ est le milieu de } [AK].$$

b) $G \in (AK) \cap (CD) \cap (IJ) \Rightarrow (AK), (CD) \text{ et } (IJ) \text{ sont concourantes en } G.$

EXERCICE N° 3 :

On considère un triangle ABC et le point I défini par : $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

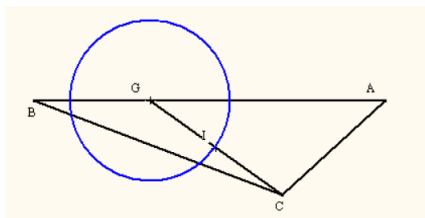
1. Construire G le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, 2).
2. Montrer que I est le milieu du segment [CG].
3. Déterminer puis construire l'ensemble ζ des points M du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MC}\|.$$

Correction:

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$$

1. G est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, 2) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



2. $\underbrace{\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB}}_{3\overrightarrow{IG}} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{IG} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow I \text{ est le milieu de } [CG].$

$$3. M \in \zeta \Leftrightarrow \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MC}\| \Leftrightarrow$$

$$\|3\overrightarrow{MG}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{CM}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{CG}\| \Leftrightarrow 3\|\overrightarrow{MG}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{CG}\| \Leftrightarrow GM = \frac{1}{2}CG \Leftrightarrow M \in \zeta_{\left(G, \frac{1}{2}CG\right)}$$